

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园
首页
新随笔
联系
订阅 
管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力
欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称： 我是8位的
园龄： 4年7个月
粉丝： 288
关注： 5
[+加关注](#)

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间: 2022年3月8日-3月18日

马上参与

搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔
我的评论
我的参与
最新评论
我的标签

积分与排名

积分 - 457097
排名 - 1198

概率统计23——假设检验理论 (2)

假设检验实际上是用反证法做出非对即错的判断：先假定原假设是对的，然后将抽样数据代入相应的分布中去验证，观察原假设的数值是落在接受域还是拒绝域，由此做出是接受还是拒绝原假设的判断。

值得注意的是，不同于以往严格的数学证明，假设检验是建立在小概率事件原理的基础之上。由于小概率事件也有可能发生，因此并不能百分之百确定原假设一定不成立，也就是说，原假设也有判断错误的时候。

两种错误类型

假设检验有两种判断错误的类型，统计学家给出了专业的名称：第一类错误和第二类错误。

第一类错误 (false reject)：错误地拒绝， H_0 是对的，却拒绝了它。也就是说，计算结果落在拒绝域，但真实结果是在接受域。

第二类错误 (false accept)：错误地接受， H_0 是错的，却接受了它。也就是说，计算结果落在接受域，但真实结果是在拒绝域。

第一类错误也叫 I 型错误或弃真错误，第二类错误也叫 II 型错误或存伪错误。我觉得还是忘记这些文绉绉名称，记住 false reject 和 false accept 即可，毕竟这两个英文短语更直白，更容易理解。

假设检验的理想情况是能过做出与实际相符的正确断言，但由于抽样数据的随机性，根据样本计算的统计量必然会与整体的真实数值存在差异，这种差异可能导致出现四种判断结果：

实际结果	接受 H_0	拒绝 H_0
H_0 为真	判断正确	第一类错误
H_0 为假	第二类错误	判断正确

错误的概率

既然假设检验无法保证百分之百有效，那么我们就需要研究两类错误出现的概率，由此将假设检验的功效数值化。

先来看第一类错误。

第一类错误是在 H_0 正确的时候错误地却拒绝了它，这就意味着我们的判断结果落在了拒绝域内：

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

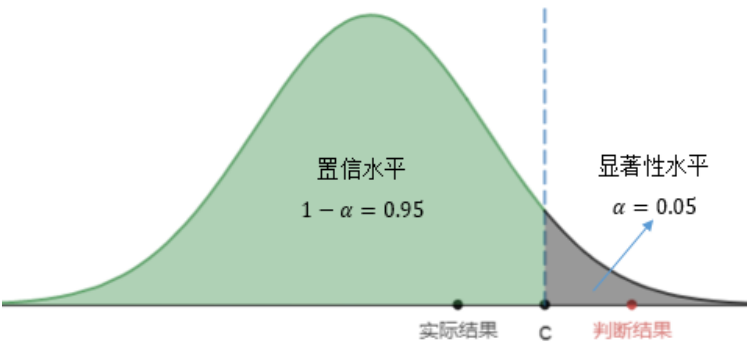
- 1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人



结果落在拒绝域内的概率与显著性水平一致，因此 α 的数值决定了出现第一类错误概率：

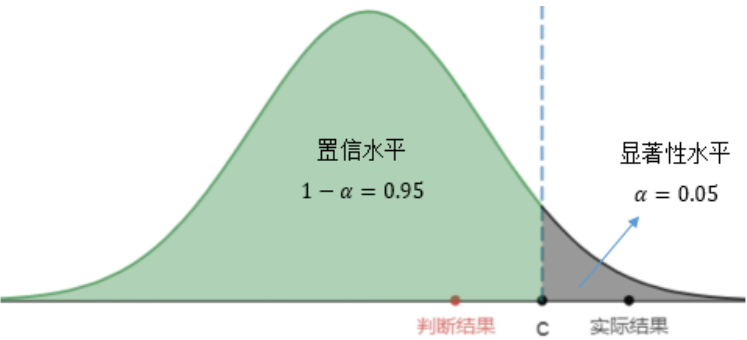
$$P(\text{第一类错误}) = \alpha$$

随着 α 的减小，第一类错误出现的概率也随之减小。当 $\alpha=0$ 时，第一类错误完全消失，也就是永远不会拒绝 H_0 ，这有点像过去的“守旧派”对于“法先王”的绝对拥护，无论时代怎么进步，“法先王”都必须服从，任何改革都视为大逆不道。

可以看出，由于 α 的值很小，所以犯第一类错误的几率也很小。

再来看第二类错误。

第二类错误是在 H_0 错误的时候接受了它，一个本应落在拒绝域内的点却落在了接受域内：



我们用 β 表示第二类错误出现的概率，只要 α 确定了， β 也就确定了。一个草率的判断是 $\beta=1-\alpha$ ，按照这种计算方式， $\beta=0.95$ ，这意味着第二类错误出现的概率高达95%！如果这样，那么假设检验还有什么用？

实际上 β 的计算比 α 难得多。

我们沿用产品元件的故事。 μ_0 是改善前总体的均值， μ_1 是改善后总体的均值，改善前后的标准差一致，都是 $\sigma=6$ 。

原假设 H_0 ：改善前与改善后是同一个正态分布， $\mu_0=\mu_1=600$ 。

备择假设 H_1 ：改善前与改善后是不同的正态分布， $\mu_0=600 < \mu_1=603$ 。

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)

有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中

$v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

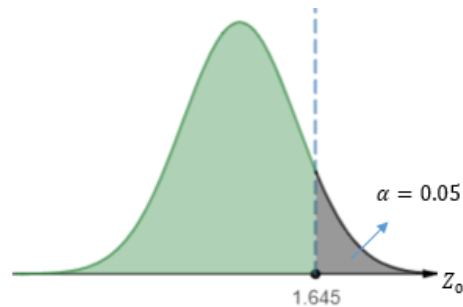
公司用新技术制造了大量元件，从中多次抽取容量是 m ($m \geq 30$) 的样本进行检验。根据中心极限定理，样本均值的分布服从均值为总体均值，方差为总体方差 $1/m$ 的正态分布：

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{m}\right)$$

对样本均值进行标准化处理：

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}} = \frac{\bar{X} - 600}{\frac{6}{\sqrt{30}}}, \quad Z_0 \sim N(0,1)$$

使用0.05显著性水平，在标准正态分布下，查表可知临界值是1.645。



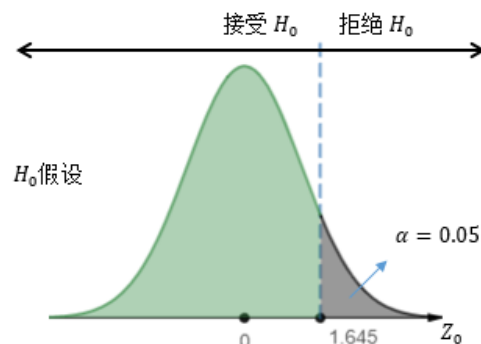
当 $Z_0 > 1.645$ 时，将拒绝 H_0 假设。

再来看均值的逆运算：

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}} \Rightarrow \bar{X} = Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{m}} + \mu_0$$

$$\text{when } Z_0 = 1.645 \text{ then } \bar{X}_{0.05} = 1.645 \times \frac{6}{\sqrt{30}} + 600 \approx 601.802$$

也就是说，如果抽样的均值大于601.802，就应该拒绝相信 H_0 。

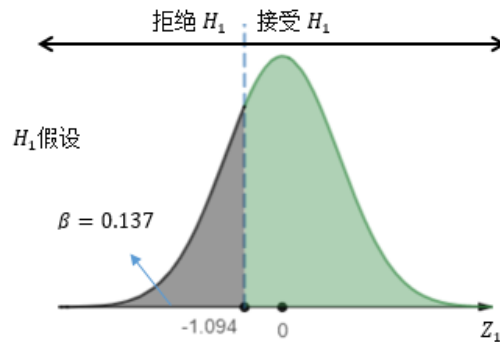


现在可以计算出标准正态分布下 β 区域的临界值：

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - \mu_1}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}}, \quad Z_1 \sim N(0,1)$$

$$\text{when } \bar{X} = \bar{X}_{0.05} \text{ then } z_1 = \frac{601.802 - 603}{\frac{6}{\sqrt{30}}} \approx -1.094 \quad ①$$

$$\beta = P(Z_1 < z_1) \approx 0.137$$



结论是，如果改善后的功率均值是603，那么以此为条件，犯第二类错误的概率是 $\beta=0.137$ 。通过 β 的计算过程可以看出，只有当 H_1 假设是一个固定的值时，才能计算出 β 。如果 H_1 假设不是固定，比如只给出了 $\mu_1 > 603$ ，那么将无法根据①计算出 z_1 ，也就无法进一步求得 β 。

一个常见的问题是，既然一开始就知道了 H_0 和 H_1 的均值和方差，为什么还要使用标准化处理？直接计算临界值岂不是更简单？

我们的确可以直接通过计算机求得 $X \sim (\mu_0, \sigma^2)$ 时的临界值，但这是总体分布下的临界值，而我们的假设检验是基于抽样，并非总体，此时用到的理论是中心极限定理，因此才大费周章地使用标准化形态。

出处：微信公众号“我是8位的”

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号“我是8位的”



随笔

分类: 概率

好文要顶

关注我

收藏该文

我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

+加关注

1

推荐

0

反对

« 上一篇: 概率统计22——假设检验理论 (1)

» 下一篇: 用解析树计算自定义表达式

posted on 2020-03-27 16:34 我是8位的 阅读(1371) 评论(0) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) 博客园首页

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事

【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

WebForms升级到ASP.NET Core

fineui.com

编辑推荐:

- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

活动时间: 2022年3月8日-3月18日

最新新闻:

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
 - 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推 “杀手级” 功能, 可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的

Powered by .NET 6 on Kubernetes